

Conversatorio Matemática

“Reflexiones sobre la enseñanza y aprendizaje de la Matemática: ¿de qué hablamos cuando hablamos de cálculo mental?”

Inspección Técnica: Selva Pérez
IFS: Milena Martín
CACEEM: Adriana Pico y Silvia Hawelka
Universidad CLAEH: Carla Damisa
Febrero 2021



Recorrido del conversatorio

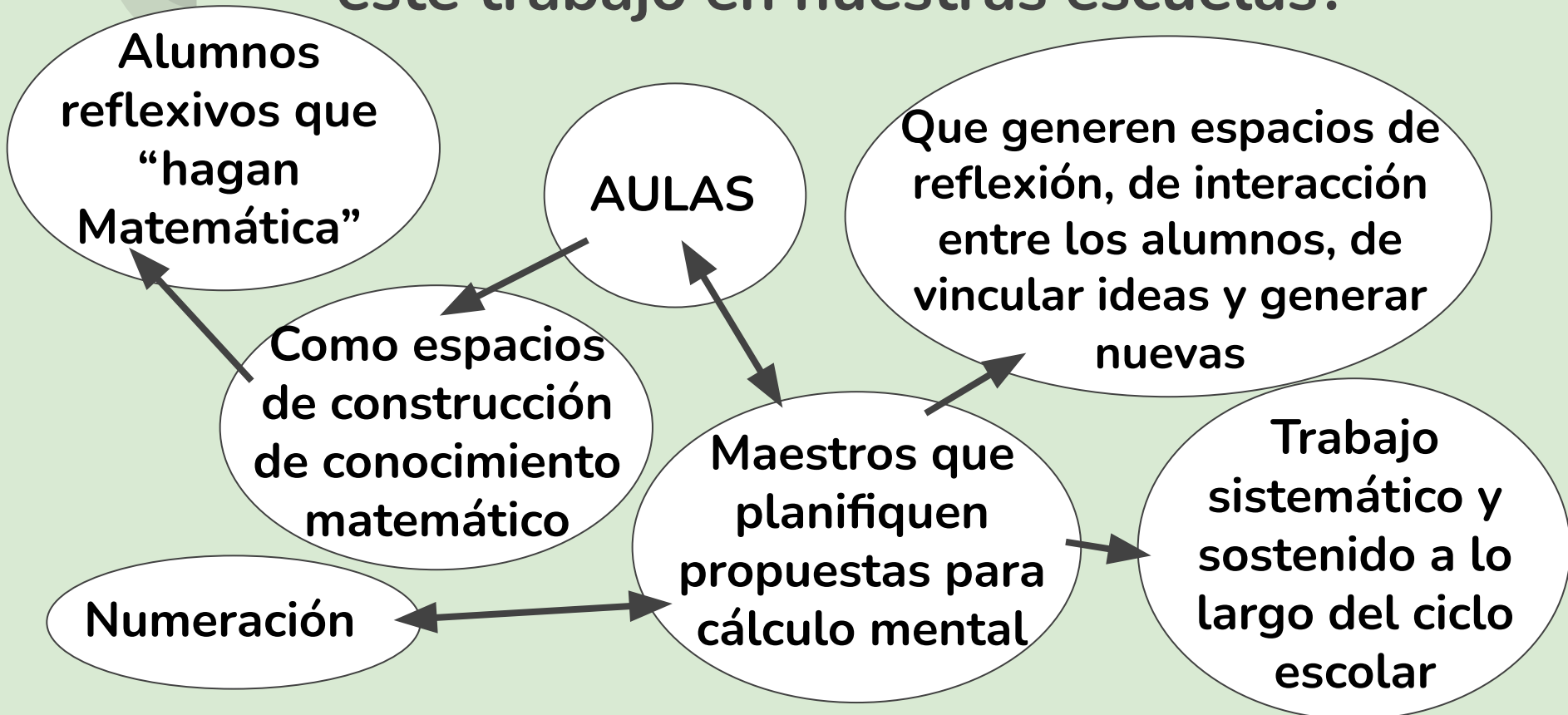
- ¿Qué es y qué no es el cálculo mental o pensado?
- ¿Bajo qué condiciones se puede realizar este trabajo en nuestras escuelas?
- ¿Qué apoyos de documentos curriculares uruguayos tenemos para ello?
- Un ejemplo para primer ciclo
- Otro para segundo ciclo
- Hasta ahora ...



¿Qué es y qué no es el cálculo mental o pensado?

- Importancia del cálculo mental o pensado.
- Cálculo memorístico, exacto, rápido vs cálculo reflexivo y con sentido.
- La construcción de sentido a través de los problemas que resuelve y los límites de su aplicación.
- Cálculo mental, con lápiz y papel, con calculadora, exacto y aproximado.
- Ligado a las propiedades de los números y las operaciones.

¿Bajo qué condiciones se puede realizar este trabajo en nuestras escuelas?



¿Qué apoyos de documentos curriculares uruguayos tenemos para ello?

PEIP. El cálculo pensado. Primer año - La composición y descomposición aditiva. - Los complementos al 10

DBAC. Contenidos programáticos vinculados. Significados de las operaciones: suma y resta.

- Estrategias personales de cálculo, algoritmos convencionales.

Perfil de egreso de tercero

- Resolver situaciones de cálculo pensado, algorítmico, exacto, aproximado y con calculadora, utilizando estrategias personales o algoritmos convencionales.

Libro para el Maestro. Primer Ciclo. Repertorios de cálculo para el primer ciclo. Pág. 118 y 119

Anexo: Repertorios de cálculo mental

Los repertorios de cálculo mental a trabajar en cada año se organizan en el cuadro siguiente:

PRIMER AÑO y NIVEL INICIAL	SEGUNDO AÑO	TERCER AÑO
Sumas de números iguales menores e iguales que 10 Por ejemplo: $1 + 1$ $2 + 2; \dots$ (desde Nivel Inicial)	Dobles y mitades de números inferiores a 10 Por ejemplo: el doble de 2 es la mitad de 6 es	Dobles y mitades de múltiplos de 10 y de 100 Por ejemplo: doble de 20; 30; 60; 150; 250; etc. mitad de 40; 50; 100; 300; 400; etc.
Sumar 1 y restar 1 Agregar y quitar 1 Por ejemplo: $3 + 1 = 4; 4 + 1 = 5; \dots$ $4 - 1 = 3; 5 - 1 = 4$ (desde Nivel Inicial)	Sumar 10 y restar 10 a números de 2 y 3 cifras Por ejemplo: $48 + 10; 375 + 10$ $85 - 10; 567 - 10$	Sumar 100 y restar 100 a números de 3 y 4 cifras
Escalas ascendente y descendente de 1 en 1.	Escalas ascendente y descendente de 2 en 2, 5 en 5 y 10 en 10.	Escalas ascendente y descendente del 10, 20,, 100, 200,
Sumas de dos números que dan 10 y complementos a 10 Por ejemplo: $6 + 4 = 10$ $10 - 6 = 4; 10 - 4 = 6$	Sumas de múltiplos de 10 que dan 100 a partir de sumas que dan 10 y complementos a 100 Por ejemplo: Si $8 + 2 = 10; 80 + 20 = 100$ Si $80 + 20 = 100; 80 + \dots = 100$	
Sumas de números de una cifra y restas asociadas Por ejemplo: $3 + 6 = 9$ $9 - 3 = 6; 9 - 6 = 3$		
Sumas de múltiplos de 10 a partir de sumas de dígitos Por ejemplo: $3 + 6 = 9$ $30 + 60 = 90$		
Escrituras equivalentes de números hasta 100, algunas vinculadas con la organización del sistema decimal Por ejemplo: $48 = 40 + 8; 48 = 50 - 2$ $23 = 10 + 10 + 1 + 1 + 1; 23 = 10 + 13$ $7 = 5 + 2; 7 = 6 + 1; 7 = 4 + 2 + 1; \text{etc.}$	Escrituras equivalentes de números hasta 1000, algunas vinculadas con la organización del sistema decimal Por ejemplo $735 = 700 + 30 + 5$ $735 = 500 + 200 + 20 + 10 + 5$	Escrituras equivalentes de números hasta 10000, algunas vinculadas con la organización del sistema decimal Por ejemplo $1425 = 1000 + 400 + 20 + 5$ $1425 = 500 + 500 + 400 + 25$

	Agregar y quitar un número entero de decenas o centenas en números de 2 y 3 cifras. Por ejemplo: $45 + 30; 45 - 30$ $364 - 200; \dots 364 + 200$	Agregar y quitar un número entero de decenas o centenas a números de 4 cifras. Por ejemplo: $6732 - 200; \dots 1580 + 200$
	Cálculos de complementos de un número cualquiera respecto de un número "redondo" Por ejemplo: $57 + \dots = 200$	Cálculo de la distancia entre dos números de 2 o 3 cifras Por ejemplo: $578 + \dots = 633$
	Calcular productos $x 2; x 3; x 4; x 5$.	Calcular el producto de dos números menores que 10
		Establecer relaciones entre productos. Por ejemplo: multiplicar dos veces o tres veces por 2 $6 \times 2 \times 2 = 6 \times 4$ $7 \times 8 = 7 \times 2 \times 2 \times 2$ multiplicar $x 2$ y dividir $: 2$ $5 \times 2 : 2$
		Multiplicar números de 2 y 3 cifras por 10 Por ejemplo $48 \times 10, 327 \times 10$
		Estimar el resultado de divisiones de números de 2 y 3 cifras por números de una cifra. Por ejemplo: ¿entre qué números estará el cociente de dividir $78 : 4$? ¿Y de $435 : 3$? ¿Y de $435 : 5$?
	Propiedades conmutativa y asociativa de la suma	Propiedades conmutativa y asociativa de la suma de la multiplicación

Ejemplo para primer ciclo

La cajita de los 10

La cajita de los diez es una propuesta interesante para encontrar los distintos procedimientos que llevan a determinar los complementos a 10 y, posteriormente, memorizarlos.





Videos

Podemos distinguir dos clases de conocimientos en el trabajo con cálculo mental:

- La sistematización de un conjunto de resultados de cálculo que permite la construcción progresiva de repertorios de sumas y restas, en este caso.
- la construcción de procedimientos personales.

¿Qué procedimientos vemos desplegados en estos videos?

En el primer video la niña parte de los 10 que tenía y quita dos dedos.

En el segundo video la niña cuenta siete y agrega tres.



Algunas consideraciones

- Importancia de planificar el cálculo mental **como objeto de estudio** en sí mismo
- Incluir carteles y papelógrafos con cálculos que queden a disposición de los alumnos
- Insistir en que los alumnos memoricen ciertos resultados y puedan recuperarlos para otros cálculos
- Discutir los diferentes procedimientos e intervenir trayendo otras formas de pensar La cajita de los 10.
- Vincular las sumas con las restas asociadas. Se podría plantear el juego de adivinanzas que requiere apelar a las relaciones entre sumas y restas. Dado un sumando y la suma, hay que “adivinar” el otro sumando. CHM



Es para jugar varias veces.



MATERIALES

- Papel y lápiz para anotar
- 35 cartas recortadas a partir de los círculos (medios, tercios, cuartos, sextos, octavos y doceavos). Las encontrarás en los recortables de la página 127

REGLAS DE JUEGO

4 participantes.

Se ponen todas las cartas en una caja o bolsa opaca. Sin mirar, cada jugador saca 3 cartas. Además, se sacan otras 4 y se colocan en el centro de la mesa. Cada jugador, por turno, trata de formar un entero (círculo) con una de sus cartas y las cartas de la mesa que necesite.

Si lo forma, las levanta, muestra cómo formó el entero y las coloca a su lado. Para comprobar que tienen un entero, pueden ubicar las partes formando el círculo.

Si no puede formar un entero, tira una de sus cartas al centro de la mesa para que continúe el siguiente jugador. Una vez que los 4 jugadores juegan sus 3 cartas, cada uno, sin mirar, extrae nuevamente 3 cartas, pero no se agregan nuevas al centro.

Gana un punto cada jugador que tenga ESCOBA; es decir, que haya formado un entero recogiendo todas las cartas de la mesa.

Al terminar la partida, gana el juego quien sume más puntos.

Observación: Es importante que cada uno registre con qué partes formó el entero y que use las fichas cada vez que las necesite.



Ejemplo para segundo ciclo (p. 36 CHM 4to)

Analizar:

- Bloque en el que está ubicado en el CHM
- Objetivo de la actividad
- Familia de números
- Materiales
- Relaciones con otros haceres matemáticos
- Posibles modificaciones

Después de jugar muchas veces p.37 CHM 4to grado

Analizar:

- Composiciones/descomposiciones
- Distintas escrituras de un mismo número
- Nociones que vienen de 3er grado
- Vínculos primer y segundo ciclo:

La escoba del 1, CHM 3er grado

p. 72 y 73

1) Ámbar dice que con 2 cartas de $\frac{1}{6}$ arma una carta de $\frac{1}{3}$. ¿Es verdad o es al revés?

2) a) ¿Cuántas cartas de $\frac{1}{12}$ se necesitan para formar una de $\frac{1}{3}$?

b) ¿Cuántas cartas de $\frac{1}{6}$ se necesitan para formar una de $\frac{1}{2}$?

3) Lucía tiene una carta de $\frac{1}{4}$ y una de $\frac{1}{6}$. En la mesa hay 2 cartas de $\frac{1}{6}$, una de $\frac{1}{2}$, 2 de $\frac{1}{12}$ y una de $\frac{1}{3}$. ¿Qué cartas puede levantar?



Dos expresiones diferentes son equivalentes si representan la misma cantidad. Por ejemplo, $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ son 2 de $\frac{1}{4}$ y se puede escribir $\frac{2}{4}$ o también $\frac{1}{2}$, porque 2 de $\frac{1}{4}$ forman $\frac{1}{2}$. En este caso, podemos concluir que $\frac{2}{4}$ y $\frac{1}{2}$ son **fracciones equivalentes**.

4) Escribe una fracción equivalente a $\frac{2}{8}$ y otra a $\frac{8}{12}$.

5) Usando los procedimientos del juego LA ESCOBA DEL 1, OTRA MANO, señala cuál de estas sumas dan un entero. En los casos que no sea así, ¿cuánto falta o cuanto sobra?

a) $\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{2}$

b) $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{2}$

c) $\frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{6}$

Vínculos con primer ciclo

La escoba del 1 CHM 3ero p. 72 y 73



LA ESCOBA DEL 1

MATERIALES

- Cartas con rectángulos de igual tamaño donde se pintaron las partes del mismo color: 2 cartas con $1/2$, 4 cartas con $1/4$, 8 cartas con $1/8$.
- Se confeccionan tres "palos": el rojo, el azul y el amarillo, 14 de cada color. Cada palo está formado por las cartas anteriores.
- Un rectángulo unidad para cada jugador que se compone con las cartas de $1/2$, $1/4$ y $1/8$.

REGLAS DE JUEGO

Entre 3 y 4 jugadores.

Se reparten 3 cartas a cada jugador y se colocan 4 cartas boca arriba en el centro de la mesa.

Cada jugador, por turno, trata de formar un rectángulo "unidad" con una de sus cartas y las cartas de la mesa que necesite. Si lo forma, las levanta, muestra cómo formó el entero y las coloca a su lado. Para comprobar que tiene un entero, puede ubicar las partes sobre su rectángulo unidad.

Si no puede formar un entero, tira una de sus cartas al centro de la mesa para que continúe el siguiente jugador.

Una vez que juegan sus 3 cartas todos los jugadores, se reparten nuevamente 3 cartas a cada uno, pero no se agregan nuevas cartas al centro.

Gana un punto cada jugador que tenga "escoba", es decir, que haya formado un entero recogiendo todas las cartas de la mesa y otro punto por el mayor número de cartas levantadas al finalizar la partida.

Gana el juego el que sume más puntos.

Puedes jugar a "La escoba del 1" en casa.



- 1 Guazubirá dice que con dos cartas de $1/4$ arma una carta de $1/8$.
¿Es verdad o es al revés?

- 2 En cada caso, completa la suma para que se cumpla la igualdad.

$$1/2 + 1/4 + \dots = 1 \quad 1/4 + 1/8 + 1/2 + \dots = 1$$

- 3 Si se quiere sumar 2 y se tiene una carta de $1/2$ y tres cartas de $1/4$,
¿cuáles cartas servirían?

- 4 Si se tienen 5 cartas de $1/8$, ¿es más o menos que un medio? ¿Cómo lo sabes?



Una producción

- 1 Guazubirá dice que con dos cartas de $\frac{1}{4}$ arma una carta de $\frac{1}{8}$.
¿Es verdad o es al revés?

ES AL REVÉS. PORQUE CON LOS OCTAVOS
SE NECESITAN MÁS PARA FORMAR UN NÚMERO

- 2 En cada caso, completa la suma para que se cumpla la igualdad.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{2} + \frac{3}{8} = 1$$

3

Si se quiere sumar 2 y se tiene una carta de $\frac{1}{2}$ y tres cartas de $\frac{1}{4}$,
¿cuáles cartas servirían?

$$\frac{1}{4} \frac{1}{4} \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \frac{1}{8} \frac{1}{8} \frac{1}{8} \frac{1}{8}$$

4

Si se tienen 5 cartas de $\frac{1}{8}$, ¿es más o menos que un medio? ¿Cómo lo sabes?

Es más que un medio porque $\frac{5}{8}$ es $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{8}$.



Más vínculos y avances

- Cálculo mental con expresiones decimales.
- El cinco y medio en CHM de 4to grado (p. 104 y 105)
- Analizar dominio numérico, familias de números, relación con la adición y la sustracción.
- Tipos de registros escritos utilizados

Más ***haceres reflexivos*** en juego:

- Lectura y escritura en matemática: importancia de que sean objeto de enseñanza.



Hasta ahora

Importancia de la enseñanza y el aprendizaje del cálculo mental

Vínculos con:

- construcción de repertorios,
- propiedades de los números en juego,
- propiedades de las operaciones,
- relación con la composición/descomposición y orden (aspectos de numeración)
- Lectura y escritura en Matemática: uso de distintos registros, la escritura como actividad de nivel cognitivo mayor que el leer o el hablar.
- Invitamos a que en los colectivos sigan pensando y discutiendo ...