Un paseo por la Historia
El nacimiento de los números imaginarios

El desarrollo de la Matemática ha estado ligado históricamente a la resolución de problemas. A lo largo de la historia, la aparición de problemas ha provocado que grandes matemáticos dieran con teorías que han generado importantes avances, siendo por tanto la resolución de problemas un pilar en el desarrollo de las matemáticas. El siglo XVI se caracterizó por el planteo de desafíos surgidos desde la propia disciplina a través de cartas entre los matemáticos. Este ida y vuelta de correspondencia dio lugar a un sinfín de nuevos conocimientos y al fortalecimiento de la matemática como ciencia.

Gerolamo Cardano (1501---1576), nacido en Pavía, Italia, fue un matemático, físico, filósofo y médico italiano. También se dedicaba a la astrología (en una oportunidad, fue encarcelado por publicar un horóscopo de Jesús) y era un jugador empedernido. Predijo el día de su propia muerte para el 20 de setiembre de 1576, ese día, para que se cumpliera su predicción, se suicidó.

Escribió libros de medicina, astronomía, física y matemática; de sus 21 libros de matemática hubo dos que se hicieron famosos: uno es un manual para jugadores llamado "Liber de Ludo Aleae" (Libro de los Juegos de Azar) y el otro es "Ars Magna" (Arte Mayor). En este último libro (el que se convirtió en el mayor tratado del álgebra hasta la época) se explican las reglas para la resolución de las ecuaciones de segundo y tercer grado.

Cardano plantea en su trabajo, el siguiente problema y su resolución:

"Dividir el número 10 en dos partes, de tal forma que una de las partes, multiplicada por la otra, de 40"

Ejercicio: Resuelve el problema que planteó Cardano, aplicando los conocimientos que tienes hasta ahora.

Habrás encontrado dos números no reales. Aplicando propiedades de la radicación, exprésalos como $5+\sqrt{-15}$ y $5-\sqrt{-15}$. Verifica, como lo hizo Cardano, que, a pesar de no ser números reales y aplicando las propiedades operatorias válidas en R, el producto de estos dos números es 40 y su suma es 10.

Para la época, el problema estaba resuelto, pero utilizando entidades que hasta entonces no tenían sentido. Esta es la primera vez, a lo largo de la historia, que quedó constancia escrita de la raíz de un número negativo y de su manejo algebraico.

En la misma obra, Cardano presenta la resolución de la ecuación cúbica $x^3 = ax + b$ presentando la siguiente fórmula: $x = \sqrt[3]{\frac{b}{2} + \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{3}\right)^3}} + \sqrt[3]{\frac{b}{2} - \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{3}\right)^3}}$

Trabajando con la ecuación $x^3 = 15x + 4$, la fórmula le da como solución $x = \sqrt[3]{2+\sqrt{-121}} + \sqrt[3]{2-\sqrt{-121}}$, solución que Cardano dio por válida.

Ejercicio: Verificar que la ecuación planteada por Cardano tiene por raíces $x = 4,\ \ x = -2+\sqrt{3}\ \ y\ \ -2-\sqrt{3}$

Según esto, la solución presentada por Cardano no tenía sentido alguno para los matemáticos de la época, así como tampoco el manejo de las raíces de números reales negativos.

¿Qué relación tenía la solución presentada por Cardano con las raíces de la ecuación? ¿Tenía sentido?

Pasaron 30 años para que alguien tratara de darle sentido a lo que expresara el autor en su libro. Fue cuando el ingeniero hidráulico Rafael Bombelli, quien se fascinó con la obra de Cardano y con esas entidades, trató de resolver el problema de vincular la solución presentada por Cardano con las raíces de la ecuación, planteando lo siguiente: $\sqrt[3]{2+\sqrt{-121}}+\sqrt[3]{2-\sqrt{-121}}=\left(2+\sqrt{-1}\right)+\left(2-\sqrt{-1}\right)=4$ logrando de esta forma, vincular ambas soluciones[1].

Este razonamiento, que maneja raíces de números reales negativos, se convirtió en el origen histórico del conjunto de números complejos o imaginarios (que hasta el momento no tenían nombre). Bombelli siguió trabajando con estos números, desarrollando una teoría que se le parecía bastante a la teoría actual, pero su trabajo fue considerado por los matemáticos de la época como carente de sentido y fue ignorado totalmente.

Dos siglos y medio después...

A principios de 1620

René Descartes (Francia, 1560-1650) sostuvo que toda ecuación debía tener tantas raíces como indica su grado, aunque algunas de ellas podrían no ser reales. A estos números que no eran reales, los bautizó de imaginarios (también eran llamados imaginables o falsos, porque solo existían en la imaginación). Éste fue el hecho que le dio el fortalecimiento que el tema necesitaba para resurgir y fortalecerse. A partir de ese momento, matemáticos e ingenieros de la época comenzaron a incluir en sus trabajos a los números imaginarios, teniendo su auge pleno en el siglo XVIII.

Leonardo Euler (1707 – 1783) fue un matemático nacido en Suiza y fue, durante mucho tiempo, considerado el matemático más importante de Europa y es hasta ahora, el autor más prolífico, ya que escribió más de 850 obras. También era un hombre sencillo y

[1] No es el objetivo de este material explicar las operaciones efectuadas por Bombelli para llegar a esta igualdad, él mismo reconoce en su obra que su razonamiento era un tanto forzado.

bondadoso, le gustaba cultivar su jardín y se comenta que disfrutaba de pasar tiempo junto a sus 13 hijos. En 1771 queda completamente ciego, pero continuó trabajando normalmente, dictando sus trabajos a sus asistentes. Euler fue quien, para las raíces de números reales negativos, distinguió lo que él llamó unidad imaginaria, siendo ésta $\sqrt{-1}$ y para representarla utilizó el símbolo **i**.

Ejercicio: utilizando la notación ideada por Euler, reescribe los siguientes números:

$$\sqrt{-25};\quad \sqrt{-4};\ \sqrt{-20};\quad 8+\sqrt{-10}$$

De todos modos, hasta el momento no había rigurosidad en el trabajo con estos números, fue recién en el siglo XIX que matemáticos de Cambridge propusieron generar reglas que rijan la herramienta que estaba siendo de tanta utilidad para los matemáticos de la época. Recién en 1833, William Hamilton da la primera definición algebraica rigurosa del número complejo, como un par de números reales. Ya a partir de segunda mitad el siglo XIX los mitos y miedos de trabajar con estos números habían desaparecido, pasando así a ser una herramienta matemática más, para la sociedad matemática.

Autores

Andrea Brasesco y Ana Medeiros

Créditos

- ✓ **Referencias Bibliográficas**

  - Boyer, C. (1969) Historia de la matemática. Alianza Editorial.

Fecha de publicación: 17 de octubre de 2017 (publicado originalmente en 2013)